

**Цель** исследовательской работы:

исследовать лист Мебиуса как один из объектов топологии.

**Объект исследования:** лента Мебиуса.

Для достижения поставленной цели нами решались следующие **задачи**:

- Познакомиться с историей появления ленты Мебиуса.
- Изготовить ленту Мебиуса
- Исследовать опытным путем свойства ленты Мебиуса.
- Установить области применения ленты Мебиуса.

## Оглавление.

1. Введение –	с. 4 – 5
2. Историческая справка –	с. 5 – 6
3. Изготовление и знакомство с листом Мебиуса. –	с. 6 – 7
4. Свойства листа Мебиуса. –	с. 7 – 10
5. Применение листа Мебиуса в окружающей жизни. –	с. 10 – 14
6. Заключение. –	с. 14 – 15
7. Список использованной литературы. –	с. 16

*Лист Мебиуса – символ математики,  
Что служит высшей мудрости венцом...  
Он полон неосознанной романтики:  
В нем бесконечность свернута кольцом.  
В нем – простота, и вместе с нею – сложность,  
Что недоступна даже мудрецам:  
Здесь на глазах преобразилась плоскость  
В поверхность без начала и конца.  
Здесь нет пределов, нет ограничений,  
Стремись вперед и открывай миры,  
Почувствуй силу новых ощущений,  
Прими познания высшего дары...*

## 1. Введение.

За последнее столетие большое влияние на ряд совершенно различных областей знания приобрела новая ветвь геометрии – топология. В наше время эта наука бурно развивается и находит применение в различных областях. Однако ей не уделяется должного внимания в школьном курсе геометрии.

Геометрия-слово греческое, в переводе на русский язык означает землемерие, изучает свойства фигур. Как и любая наука геометрия делится на разделы

**1. Планиметрия** (лат. слово, планум - поверхность, плоскость + метрия), раздел геометрии, изучающий свойства фигур на плоскости (треугольник, квадрат, круг, окружность и т.д.)

**2. Стереометрия** (греч, стереос - пространство + метрия), раздел геометрии, изучающий свойства фигур в пространстве (шар, куб, параллелепипед и т.д.)

**3. Топология** (гр. топос - место, местность + логия) является одним из самых «молодых» разделов современной геометрии, в котором изучаются свойства таких фигур, которые не изменяются при деформациях (растяжение, сжатие), не допускающих разрывов и склеивания.

**Топология** (от греч. *topos* — место и *логия*) — часть **геометрии**, посвященная изучению феномена **непрерывности** (выражающегося, например, в понятии предела).

Любую фигуру тополог имеет право сгибать, скручивать, сжимать и растягивать – делать с ней всё что угодно, И при этом он будет считать, что ничего не произошло, все её свойства остались неизменными. Для него не имеют никакого значения ни расстояния, ни углы, ни площади.

Топология в основном изучает поверхности тел и она находит математическое родство между предметами, которые, казалось бы, никак между собой не связаны. Например, с точки зрения топологии гайку, макароны и кружку роднит то, что каждый из этих предметов имеет отверстие, хотя во всех отношениях они



совершенно различны.

Топология не имеет границ. Она проникает не только во все области математики, но и во многие другие науки. Топологию нельзя заключить ни в какие рамки и поэтому мы взяли наиболее интересные (как нам кажется) факты.

У каждого из нас есть интуитивное представление о том, что такое "поверхность". Поверхность листа бумаги, поверхность стен класса, поверхность земного шара известны всем. Может ли быть что-нибудь неожиданное и даже таинственное в таком обычном понятии?

Да! Это односторонняя поверхность.

Пример топологии - таинственный и знаменитый **лист Мебиуса**.

Во многих парках и скверах и даже в художественных музеях можно встретить необычный круг-ленту. У входа в Музей истории и техники в Вашингтоне медленно вращается на пьедестале стальная лента, закрученная на полвитка. Что это за лента и почему она вызывает такой интерес у художников и скульпторов? Оказывается это лента Мебиуса и имеет самое прямое отношение к математике, а точнее к геометрии. Нам захотелось как можно больше узнать о листе Мебиуса еще и потому, что эту ленту часто называют загадочной.

## 2. Историческая справка.

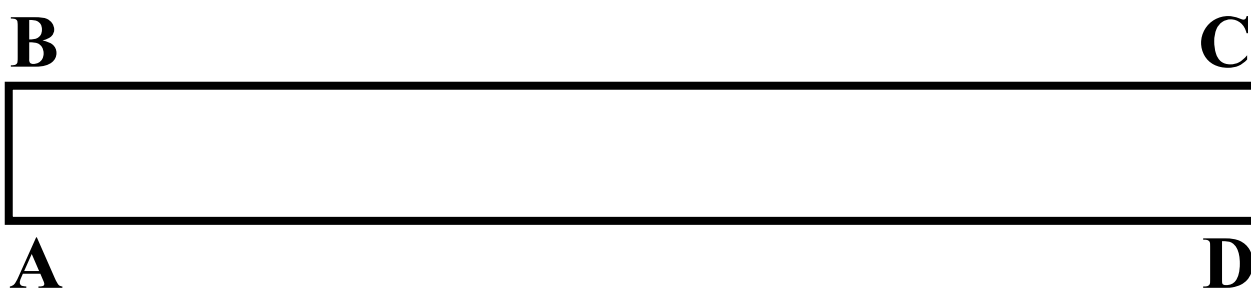
17 ноября 1790 года в Германии родился мальчик Август Фердинанд Мебиус – здоровый и крепкий малыш. Все шло и развивалось своим чередом. Школа, университет. Мальчику повезло: астрономию ему преподавал сам Гаусс, математику – Пфафф. Как-то незаметно для окружающих в 26 лет он стал профессором, руководителем астрономической лаборатории в Лейпцигском университете.

Научные статьи, лекции, работа. Рассеянного доброго чудака студенты боготворили. Он любил удивлять их неожиданными задачками и назначал лекции, к примеру, на два часа ночи, чтобы показать ночное небо во всей его красе. Возможно, имя этого человека за 220 лет растворилось в истории, если бы ни одно ненастное утро... На улице шел дождь. Была выкурена трубка, выпита чашка любимого кофе с молоком. Вид из окна навевал тоску. В кресле сидел мужчина. Мысли были разные, но как-то ничего особенного не приходило на ум. На пороге комнаты появилась любимая жена. Она была разгневана, что для мирного дома Мебиусов было почти так же невероятно, как три раза в год увидеть парад планет, и категорически требовала немедленно уволить служанку, которая настолько бездарна, что даже не способна правильно сшить ленту. Хмуро разглядывая злосчастную ленту, профессор воскликнул: "Ай да, Марта! Девочка не так уж глупа. Ведь это же односторонняя кольцевая поверхность. У ленточки нет изнанки!"

Как бы то ни было, но в 1858 году Лейпцигский профессор Август Фердинанд Мёбиус, послал в Парижскую академию наук работу, включающую сведения об этом листе. Семь лет он дождался рассмотрения своей работы, и, не дождавшись, опубликовал её результаты. Справедливости ради, надо отметить, что почти в это же время предложил в качестве первого примера односторонней поверхности этот лист и другой ученик К.Ф. Гаусса – Иоганн Бенедикт Листинг, профессор Геттингенского Университета. Свою работу он опубликовал на три года раньше, чем Мёбиус, - в 1862 году, но лента все-таки носит имя Мебиуса.

### 3. Изготовление и знакомство с листом Мёбиуса.

Лист Мёбиуса относится к числу математических неожиданностей. Чтобы изготовить лист Мёбиуса, возьмем бумажную ленту ABCD. Прикладываем ее концы АВ и CD друг к другу и склеиваем. Но не как попало, а так, чтобы точка А совпала с точкой D, а точка В с точкой С. Перед склейкой перекручиваем ленту один раз (на 180°). Получилось знаменитое в математике бумажное кольцо. У него есть даже особое название - "Лист Мёбиуса".



Сколько сторон у листа Мёбиуса?

У ленты, из которой сделан лист Мёбиуса, две стороны. А у него самого, оказывается, есть только одна сторона!

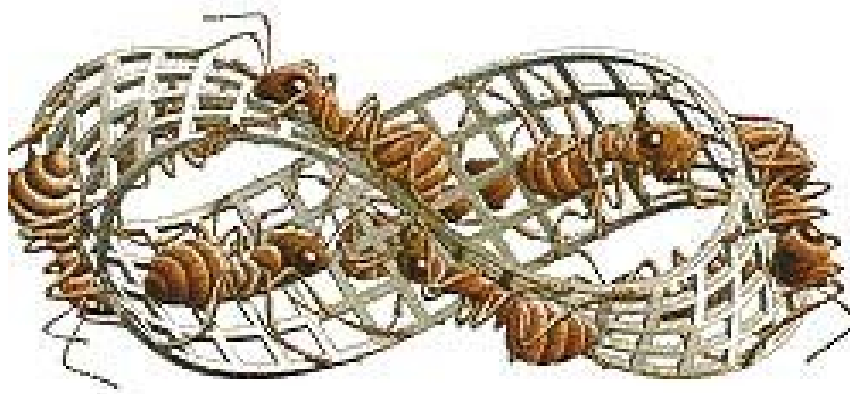
Получим перекрученное кольцо. И задаемся вопросом: сколько сторон у этого куска бумаги? Две, как у любого другого? Нет. У него ОДНА сторона. Не верите?

Хотите - проверьте. Убедимся в этом: возьмём кисти и краски, начнём постепенно окрашивать его в какой-нибудь цвет, начиная с любого места. После окончания лист у нас полностью будет окрашен.



Или представьте себе, что по ленте Мебиуса путешествует муравей, то, пройдя весь путь, он вернется в исходную точку. При этом он обойдет обе поверхности - наружную и внутреннюю, не пересекая

ребра. Это доказывает, что лента Мебиуса является односторонней поверхностью.



**У листа Мёбиуса — всего одна сторона!**

#### 4. Свойства листа Мёбиуса.

**Объекты:** простое кольцо и лента Мебиуса

##### *Эксперимент 1.*

Взять кисточку и закрасить кольца в каком-нибудь направлении.

Объект	Результат
Обычное кольцо	Одна сторона закрашена, другая – нет.
Лента Мебиуса	Закрашенной оказалась вся лента целиком!

**Вывод: Односторонность.** У листа Мёбиуса – всего одна сторона.

##### *Эксперимент 2.*

Поставить точку на одной стороне каждого кольца и чертить непрерывную линию вдоль него, пока не придешь снова в отмеченную точку.

Объект	Результат
--------	-----------

Обычное кольцо	Линия проходит вдоль кольца по одной стороне, сходясь в точке начала.
Лента Мебиуса	Непрерывная линия проходит по двум сторонам, заканчиваясь в начальной точке.

### *Эксперимент 3.*

Закрасить непрерывной линией только один край колец

Объект	Результат
Обычное кольцо	Один край кольца закрашен, второй край нет.
Лента Мебиуса	Линия края получилась непрерывно закрашена на всем кольце

### *Эксперимент 4.*

На внутренней поверхности стоит некто X, а по внешней идет в любую сторону некто Y.

Объект	Результат
Обычное кольцо	X и Y никогда не встретятся, не пересекая края
Лента Мебиуса	X и Y встретятся, не пересекая края в любом случае

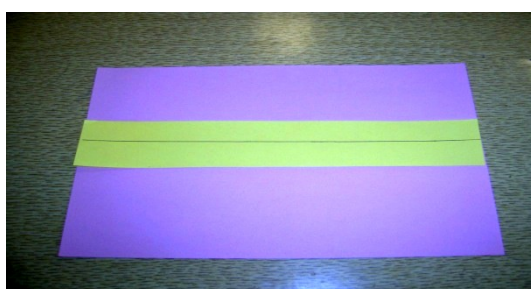
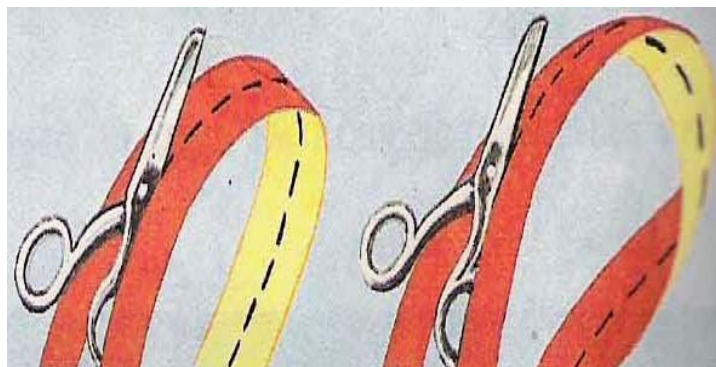
**Вывод: Непрерывность.** На листе Мёбиуса любая точка может быть соединена с любой другой точкой и при этом ни разу не придётся переползать через край “ленты”. Разрывов нет – непрерывность полная.

Если на внутреннюю сторону простого кольца посадить паука, а на внутреннюю сторону муху и разрешить им ползать как угодно, запретив лишь переползать через края кольца, то паук не сможет добраться до мухи. А если их обоих посадить на лист Мёбиуса, то бедная муха будет съедена, если, конечно, паук бежит быстрее!

### *Эксперимент 5.*

Разрезать кольца вдоль пополам, по линии параллельной краям.

<b>Объект</b>	<b>Результат</b>
Обычное кольцо	Получилось два кольца, уже чем исходное, причем длина окружности каждого будет такой же, как длина окружности первоначально взятого.
Лента Мебиуса	Получилось одно кольцо в виде восьмёрки.

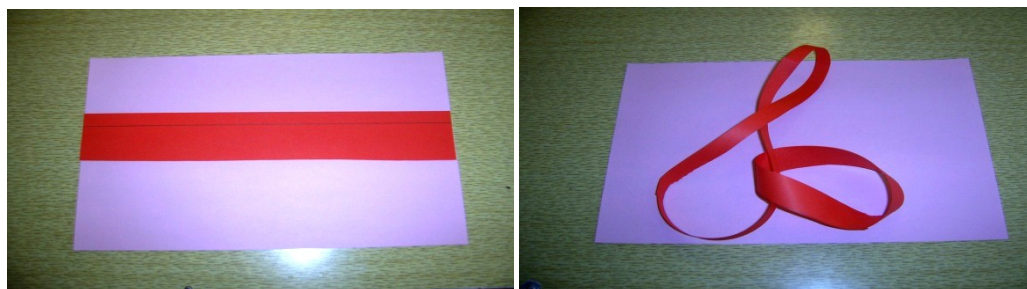
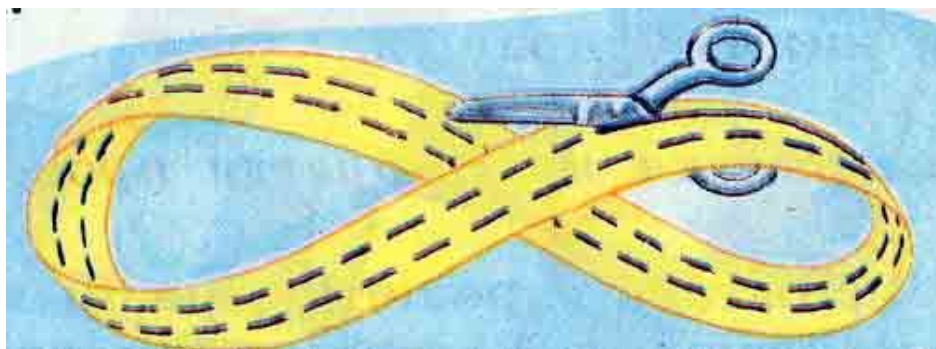


### *Эксперимент 6.*

Разрежь кольцо вдоль, отступив от края на  $\frac{1}{3}$  ширины кольца.

<b>Объект</b>	<b>Результат</b>
Обычное кольцо	Получилось 2 кольца одно уже, другое шире.
Лента Мебиуса	Получилось два сцепленных друг с другом кольца, одно маленькое – другое большое.





**Вывод: Связность.** Лист Мёбиуса двусвязен, т.к. если разрезать его вдоль, он превратится не в два отдельных кольца, а в одну целую ленту.

Существуют еще два свойства листа Мебиуса:

**Ориентированность** – свойство отсутствующее у листа Мёбиуса . Так, если бы человек смог пропутешествовать по всем изгибам листа Мёбиуса, то когда он вернулся бы в исходную точку, он превратился в своё зеркальное отражение.

И

**«Хроматический номер»** - максимальное число областей, которые можно нарисовать на поверхности так, чтобы каждая из них имела общую границу со всеми другими. Хроматический номер листа Мёбиуса равен шести.

## **5. Применение листа Мебиуса в окружающей жизни.**

Занимаясь этой работой, мы пришли к выводу, что хотя лист Мёбиуса открыли ещё в XIX веке, он актуален и в XX веке, и в XXI.

Удивительные свойства листа Мёбиуса применялись и используются сейчас в технике, физике, оптике. Вдохновлял он на творчество многих писателей и художников.

Любопытно, что лист Мебиуса и сейчас продолжает будоражить умы изобретателей. Во многих странах мира запатентованы на его основе удивительные механизмы.

### **Лист Мёбиуса в технике и физике**

Для начала надо вспомнить, что на магнитных лентах, закрученных по Мебиусу, объем записываемой информации увеличивается вдвое и проигрывается в два раза дольше. Были созданы особые кассеты, которые дали возможность слушать их с “двух сторон” не меняя местами.

В технике, например, при шлифовании, широко используются мебиусные ленты. Подобные устройства способны не только шлифовать, но и резать различные материалы, те же граниты и базальты.

Эта лента отлично работает при обвязке и переноске грузов в портах. Ленты конвейеров для перемещения горячих материалов, если их вывернуть по Мебиусу, будут по очереди «отдыхать» от раскаленных материалов. В итоге охлаждение ленты улучшается, а лента равномерно изнашивается значит, и служить она будет дольше.. Это даёт ощутимую экономию.

Если у ременной передачи ремень сделать в виде листа Мёбиуса, то его поверхность будет изнашиваться вдвое медленнее, чем у обычного кольца.

А лет восемнадцать назад ленточке нашли совсем другое применение - она стала играть роль пружины, вот только пружины особенной. Как известно взведённая пружина срабатывает в противоположном направлении. Лента Мёбиуса же, поправ все законы, направления срабатывания не меняет, подобно механизмам с двумя устойчивыми положениями. Такая пружина могла бы стать бесценной в заводных игрушках – её нельзя перекрутить, как обычную – своего рода вечный двигатель. Полоса ленточного конвейера выполнялись в виде ленты Мёбиуса, что позволяло ему работать дольше, потому что вся поверхность ленты равномерно изнашивалась. Также в системах записи на непрерывную пленку применялись ленты Мёбиуса (чтобы удвоить время записи).

**Физики утверждают**, что все оптические законы основаны на свойствах ленты Мебиуса, в частности отражение в зеркале – это своеобразный перенос во времени, краткосрочный, длящийся сотые доли секунды, ведь мы видим перед собой зеркального своего двойника.

Силовая конструкция (квадратная), мешалка (большая круглая), винты, испытывающиеся на модели судна (два маленьких круглых)



### Лист Мёбиуса в природе и в жизни.

Есть гипотеза, что спираль ДНК сама по себе тоже является фрагментом ленты Мёбиуса и только поэтому генетический код так сложен для расшифровки и восприятия. Больше того – такая структура вполне логично объясняет причину наступления биологической смерти – спираль замыкается сама на себя и происходит самоуничтожение.

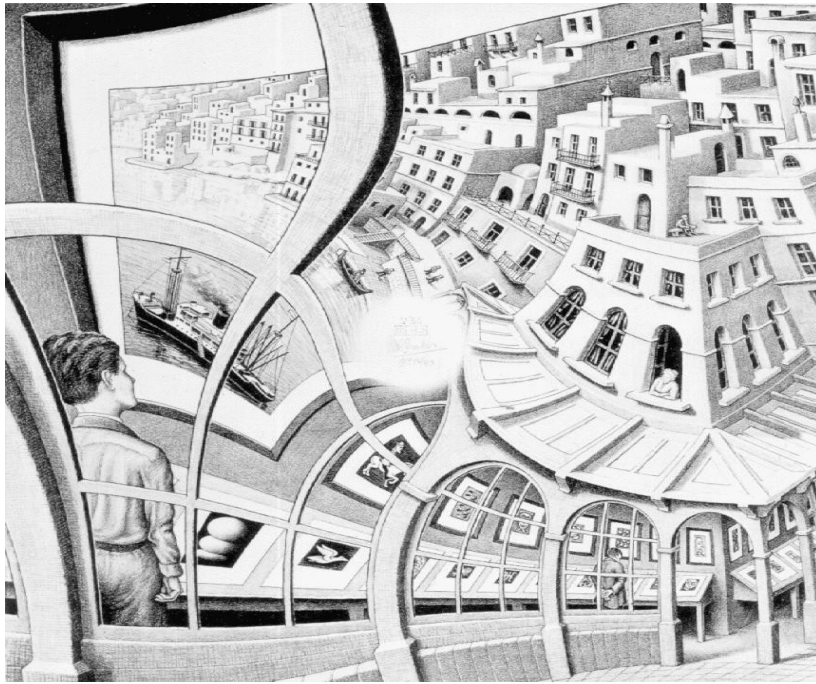
### Лист Мёбиуса в искусстве.

Лист Мёбиуса служил вдохновением для скульптур и для графического искусства. Эшер был одним из художников, кто особенно любил его и посвятил несколько своих литографий этому математическому объекту. Одна из известных показывает муравьев, ползающих по поверхности листа Мёбиуса.



Лист Мёбиуса также постоянно встречается в научной фантастике, например, в рассказе Артура Кларка «Стена Темноты». Иногда научно – фантастические рассказы предполагают, что наша вселенная может быть некоторым обобщенным листом Мёбиуса. В рассказе автора А.Дж. Дейча, бостонское метро строит новую линию, маршрут которой становится настолько запутанным, что превращается в ленту Мёбиуса, после чего на этой линии начинают исчезать поезда, появляясь снова только через несколько месяцев.

А Козьма Прутков подарил читателям афоризм: "Где начало того конца, которым оканчивается начало?".



**Очень интересны памятники, посвящённые ленте Мёбиуса.**





Ювелиры посвятили свои работы ленте Мёбиуса.

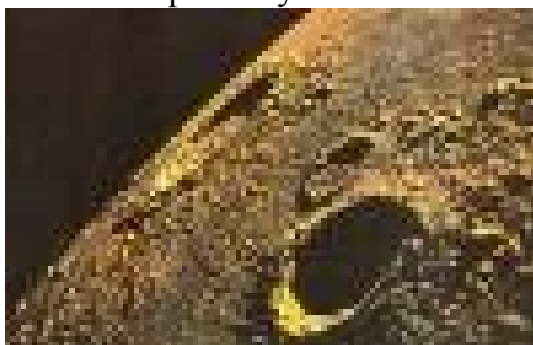


Лист Мёбиуса изображают на различных эмблемах, значках, как, например, на значке механико-математического факультета Московского университета.



Международный символ переработки также представляет собой Лист Мёбиуса.

Кроме того именем Мёбиуса назван кратер на обратной стороне Луны.



## 6. Заключение.

Лист Мёбиуса - первая односторонняя поверхность, которую открыл учёный. Позже математики открыли ещё целый ряд односторонних поверхностей. Но эта - самая первая, положившая начало целому направлению в геометрии, по прежнему привлекает к себе внимание учёных, изобретателей, художников.

В этой работе мы пытались описать свойства прекрасной поверхности-листа Мебиуса, показать его значимость на практике, доказать, что лист Мёбиуса - топологическая фигура.

Несмотря на то, что Мёбиус сделал своё удивительное открытие очень давно, оно очень популярно и в наши дни:

- У математиков- идут дальнейшие исследования;
- У школьников - очень интересно экспериментировать с лентой Мёбиуса;
- В технике – открываются всё новые способы использования ленты Мёбиуса.

Нами не исчерпаны опыты с листом Мёбиуса. Они бесконечны, интересны и зависят от собственного терпения.

### **Литература:**

1. М. Гарднер. Математические чудеса и тайны. – М: Наука, 1978.
2. Е.С. Смирнова. Курс наглядной геометрии. – М: Просвещение, 2002.
3. И.Ф. Шарыгин, Л.Н. Еранжиева. Наглядная геометрия. 5-6 класс. – М: Дрофа, 2000.
4. Энциклопедия для детей «Математика». – М: Аванта+, 2005.
5. В.А.Гусев, А.П.Комбаров «Математическая разминка»
6. А.П.Савин, В.В.Станцо, А.Ю.Котова «Я познаю мир математика»
7. Газета «Математика» приложение к издательскому дому «Первое сентября», №14 1999г., № 24 2006г.

Материалы сайтов:

[http://arbuz.uz/t\\_lenta.html](http://arbuz.uz/t_lenta.html)

[http://school-sector.relarn.ru/dckt/projects/ctrana/matric/t\\_lm1.htm](http://school-sector.relarn.ru/dckt/projects/ctrana/matric/t_lm1.htm)

<http://www.kvant.info/>

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Лист\\_Мёбиуса](http://ru.wikipedia.org/wiki/Лист_Мёбиуса)  
<http://oriart.ru/publ/3-1-0-11>  
<http://www.smartvideos.ru/mebius-transfor>